Einführung in die theoretische Informatik I.
Zweite Übung, 13. September 2022.

- Für $a, b, c, d, m \in \mathbb{Z}k \geq 1$ Zahle:
  Falls $a \equiv b \pmod{m}$ und $c \equiv d \pmod{m}$ wahr ist, dann
  - $a + c \equiv b + d \pmod{m}$
  - $a - c \equiv b - d \pmod{m}$
  - $a \cdot c \equiv b \cdot d \pmod{m}$
  - $a^k \equiv b^k \pmod{m}$
- Für $a, b, c, m \in \mathbb{Z}$ und $d = ggT(c, m)$:
  $a \cdot c \equiv b \cdot c \pmod{m}$ ist genau dann wahr, falls $a \equiv b \pmod{\frac{m}{d}}$

---

1. Was für eine Rest gibt $70^{70} + 68^{68}$ dividiert durch 23?

2. a) Über eine ganze Zahl x können wir, dass $78x$ gibt ein Rest von 6 dividiert durch 98. Was für eine Rest gibt x dividiert durch 98?

b) Die Rest von $12x$ dividiert durch 86 ist um 3 größer als die Rest von x dividiert durch 86. Was ist die Rest von x dividiert durch 86?

3. Für welche ganze Zahlen gilt, dass sie mit 7 dividiert 2, und mit 9 dividiert 3 als Rest geben?

---

4. Was sind die letzte zwei Ziffern der folgende Zahlen?

a) $2001^{2022} \cdot 999^{1001}$ b) 51^{151}

5. Bestimmen Sie alle solche ganze Zahlen n zwischen 1 und 1000 für welchem sowohl $n+10$ dividiert durch 36 als auch $n - 10$ dividiert durch 38 gibt eine Rest von 1. (Klausur, 16. Dezember 2019)

6. a) $17x$ gibt eine Rest von 23 dividiert durch 65. Was für eine Rest gibt x dividiert durch 130? (Klausur, 14. Dezember 2020)

b) Die Zahl n ergibt durch 344 dividiert ein Rest um 110 weniger, als $115 \cdot n$ durch 344 dividiert. Was für ein Rest ergibt n durch 344 dividiert? (Klausur, 19. Oktober 2017)

c) Die letzte zwei Ziffern von $43n - 1$ ist gleich mit der letzte zwei Ziffern von $2n + 2$ für eine positive ganze Zahl n. Was kann diese zwei Ziffern sein? (Klausur, 27. November 2014)

7. Wie viele solche ganze Zahl gibt es zwischen 1 und 2021, für welchem ist es wahr dass sie 18 als Rest dividiert durch 63 und 34 als Rest dividiert durch 91 geben? (Klausur, 13. Dezember 2021)

---

8. a) Ein Tausendfüßler möchtet seine Beine zählen, deshalb gruppiert er seine Beine in Gruppen von Größe 13. Am Ende bleiben 3 Beine aus, die zu keine Gruppe gehören. Falls er seine Beine in Gruppen von 17 Beine organisiert, dann bleiben 10 Beinen aus. Wie viele Beine kann dieser Tausendfüßler haben, wenn wir wissen, dass ein Tausendfüßler maximal 344 Beine haben kann?

b) Eine andere Tausendfüßler möchte seine Beine auch zählen. Er hat 5 ausbleibende Beine wenn gruppiert in 16er Gruppen, und 15 wenn gruppiert in 20er Gruppen. Beweisen Sie dass dieser Tausendfüßler hat nicht korrekt gezahlt.

c) Der König der Tausendfüßlern hört über diese Methode. Er hat 5 ausbleibende Beine wenn gruppiert in 6er Gruppen, und 6 wenn gruppiert in 7er Gruppen. Wie viele Beine hat er?

9. Was für eine Rest gibt

a) $65^{63^{61}}$ dividiert mit 61; b) 55^{100} dividiert mit 48?

10. a) Für welche ganze Zahlen zwischen 1 und 111 ist es wahr, dass sie geben ein Rest von 11 dividiert durch 2020? (Klausur, 30. Oktober 2020)

b) Was für ein Rest kann eine ganze Zahl n mit 202 dividiert geben, wenn $53n - 1$ mit 202 teilbar ist? (Klausur, 17. Mai 2011)

c) Für eine ganze Zahl n gilt, dass $37n + 9$ und $n + 10$ dieselbe Rest mit geben wenn dividiert mit 235. Was kann diese Rest sein? (Klausur, 16. Mai 2013)

11. Die letzte zwei Ziffern von eine ganze Zahl n ist 11 im 4er und auch im 5er Zahlensystem. Was sind die letzte zwei Ziffern von n in 10er Zahlensystem? (Klausur, 25. Oktober 2019)

12. Ein Zahl ergibt ein Rest von 3 mit 82 dividiert. Was für ein Rest ergibt mit 182 dividiert? (Klausur, 25. April 2013)