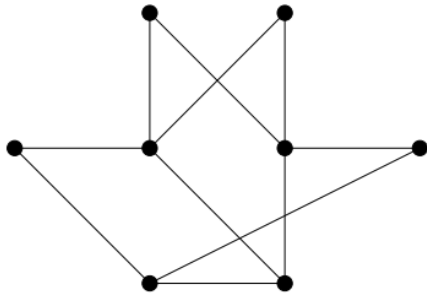


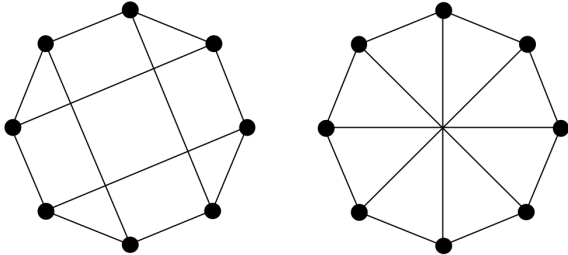
1. Ist der folgende Graph bipartit?



2. Sei  $G$  einen Graph mit Knoten  $V(G) = 1, 2, 3, \dots, 30$ . Zwei Knoten  $x, y \in V(G)$  seien Nachbarn falls die Differenz zwischen  $x$  und  $y$  ist mindestens 7. Bestimmen Sie die  $\chi(G)$  chromatische Zahl von  $G$ !

(Klausur, 9. Mai 2016)

3. Sind die folgende Graphen bipartit?



4. Seien die Knoten einem Graph die Zellen der Schachbrett! Zwei Knoten sind Nachbarn, falls ein sie erreichbar voneinander sind mit einem König in zwei Schritten. Bestimmen Sie die  $\chi(G)$  chromatischen Zahl diesem Graph!

5. Wir zeichnen alle kürzeste Diagonale einem Elfeck. Bestimmen Sie die chromatische Zahl diesem Graph! (Klausur, 30. April 2021.)

6. In einem  $G$  Graph mit 2023 Knoten alle Gradzahl ist maximal 2022, ausgenommen eine Knoten. Beweisen Sie dass  $\chi(G) \leq 2022$ !

7. Es gibt 7 Springer an einem Schachbrett, und sie können mindestens 2 andere Springer schlagen. Beweisen Sie dass es gibt mindestens eine solche Springer, der kann 3 andere Springer schlagen. (Klausur, 25. März 2010)

8. Die Knoten einer Graph  $G$  seien 5-elementige Bitfolgen. Zwei Bitfolgen seien Nachbarn in  $G$ , falls nur eine Bit von deren ist verschiedene. Ist diese  $G$  Graph bipartit? (Klausur, 9. Mai 2016)

9. Seien  $V(G) = 1, 2, 3, \dots, 100$  die Knoten einer Graph  $G$ .  $x \in V(G)$  und  $y \in V(G)$  seien Nachbarn, falls  $x \neq y$  und  $100 \leq xy \leq 400$ . Bestimmen Sie die  $\chi(G)$  chromatische Zahl von  $G$ ! (Klausur, 22. Mai 2003)

10. Sei die Knotenmenge des Graphen  $G$  die folgende:  $V(G) = \{1, 2, 3, \dots, 2023\}$ , wo alle Knoten aus der Knoten mit kleineren Zahlen mit maximal 10 verbunden sind. Beweisen Sie, dass  $\chi(G) \leq 11$ !

11. a) Sei  $G$  ein Graph das färbbar ist mit  $\chi(G)$  Farben, und sei zwei Färbungen benutzt in der Färbung rot und blau. Beweisen Sie dass es gibt zwei benachbarte Knoten in  $G$  so, dass eine von deren rot ist, und die andere blau ist.

b) Beweisen Sie für alle einfache  $G$  Graph mit  $e$  Kanten dass  $e \geq \binom{\chi(G)}{2}$

12. Sei  $G$  eine Graph mit 25 Knoten. Die Knoten von  $G$  seien solche Vektoren der Ebene, deren beiden Koordinaten sind zwischen 0 und 4 (0 und 4 sind erlaubt). Zwei Vektoren  $\underline{u}, \underline{v} \in V(G); \underline{u} \neq \underline{v}$  seien benachbart in  $G$  falls alle Koordinate von  $\underline{u} + \underline{v}$  ist kleiner als 5. Bestimmen Sie die  $\chi(G)$  chromatische Zahl von  $G$ ! (Klausur, 5. Mai 2022)

13. Eine einfache  $G$  Graph mit 9 Knoten hat 21 Kanten. Beweisen Sie dass  $G$  beinhaltet eine ungerade lange Kreis. (Klausur, 1. Juni 2022)

14. Seien die Knoten einer  $G$  Graph  $u_1, u_2, \dots, u_{2003}; v_1, v_2, \dots, v_{2004}$ . Die induzierte Teilgraph von  $G$  auf  $u_i$  Knoten ist eine 2003 lange Kreis, und die induzierte Teilgraph von  $G$  auf  $v_i$  Knoten ist eine 2004 lange Kreis.  $u_i$  und  $v_j$  sind verbunden für alle mögliche  $i, j$  Zahlpaaren. Bestimmen sie die chromatische Zahl von  $G$ ! (Klausur, 25. März 2004)

15. Bestimmen Sie alle solche einfache  $G$  Graphen mit  $n$  Knoten, wofür  $\chi(G) = 3$ , aber nach Verlassen einer beliebigen Knoten wird im entstehenden  $G'$  Graphen  $\chi(G') = 2$  sein. (Klausur, 13. Mai 2003)

16. a) Bestimmen Sie die chromatische Zahl von dem Komplement einer Kreis mit 100 Knoten.

b) Bestimmen Sie die chromatische Zahl von dem Komplement einer Kreis mit 101 Knoten.

17. Beweisen Sie, dass es möglich ist aus der Kanten von einem einfachen Graphen mit  $e$  Kanten maximal  $\frac{e}{2}$  Kanten so wegzulassen, dass die gebliebende Graph bipartit wird.