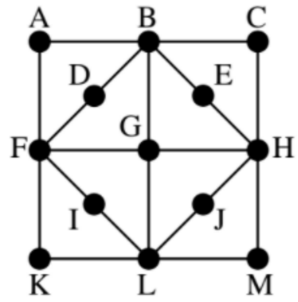
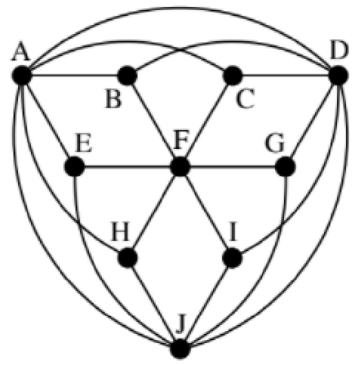
Einführung in die theoretische Informatik II.
Sechste Übung, 13. April 2023

1. Berechnen Sie $\nu(G), \alpha(G), \tau(G), \rho(G)$ für den rechts gezeichneten Graph G, und geben Sie eine maximale unabhängige Knotenmenge, eine maximale unabhängige Kantenmenge, eine minimale überdeckende Knotenmenge und auch eine minimale überdeckende Kantenmenge!



---

2. Berechnen Sie $\nu(G), \alpha(G), \tau(G), \rho(G)$ für den rechts gezeichneten Graph G, und geben Sie eine maximale unabhängige Knotenmenge, eine maximale unabhängige Kantenmenge, eine minimale überdeckende Knotenmenge und auch eine minimale überdeckende Kantenmenge!



3. In einem einfachen G Graph mit $2n$ Punkte sind alle Gradzahlen mindestens n. Beweisen Sie dass es gibt eine vollständige Paarung in G!

4. Sei G eine Graph mit 20 Kanten! Für beliebig gewählte 8 Kanten gibt es eine solche Knote das liegt an 2 gewählte Kanten. Beweisen Sie dass für beliebig gewählte 12 Kanten gibt es eine solche Knote das liegt am keine gewählte Kante. (Klausur, 27. Mai 2021)

5. Beweisen Sie für alle G Graphen mit n Kanten ohne Schleife sind die folgende wahr:
a) $\chi(G) + \alpha(G) \leq n + 1$ b) $\chi(G) \cdot \alpha(G) \geq n$

---

6. Sei G eine Graph mit den Knoten $V(G) = \{1, 2, 3, ..., 60\}$. $x, y \in V(G)$ seien Nachbarn in G falls $x \neq y$ und $x \cdot y$ ist Teilbar mit 6. Berechnen Sie $\nu(G), \alpha(G), \tau(G), \rho(G)$ für G, und geben Sie eine maximale unabhängige Knotenmenge, eine maximale unabhängige Kantenmenge, eine minimale überdeckende Knotenmenge und auch eine minimale überdeckende Kantenmenge! (Klausur, 23. März 2009)

7. Sei G eine einfache Graph mit 100 Knoten. G beinhaltet eine vollständige Paarung. Beweisen Sie dass $\chi(\bar{G}) \leq 50$! (Klausur, 18. Oktober 2010)

8. Sei G einem einfachen Graph mit $2k + 1$ Knoten. Alle Knoten haben Gradzahl mindestens $k + 1$. Berechnen Sie die Anzahl von $\nu(G)$ (die maximale Anzahl von unabhängige Kanten)! (Klausur, 13. Mai 2003)

9. a) Sei M eine maximale Paarung in einem G einfache Graph, und sei X die Knoten von der Kanten in M. Beweisen Sie dass X eine überdeckende Knotenmenge ist!
b) Beweisen Sie dass für alle einfache G Graph $\tau(G) \leq 2\nu(G)$ wahr ist!

10. Eine Graph G mit 101 Knoten wurde von eine Kreis mit 50 Knoten und eine Kreis mit 51 Knoten gebaut so, dass alle Knoten von eine Kreis wurden mit alle Knoten von der andere Kreis gebunden. Bestimmen Sie $\alpha(G)$ und $\rho(G)$!

11. Sei M eine Matrix der Größe $n \times n$. Bauen wir eine bipartite Graph G von M folgenderweise: sei eine Knotenklasse von $G : A = \{a_1, a_2, ..., a_n\}$ und $B = \{b_1, b_2, ..., b_n\}$. a_i und b_j seien Nachbarn falls der Element in dem i-ten Zeile und j-ten Spalte von M ist 1. Beweisen Sie dass falls $det M! = 0$ ist, dann gibt es eine vollständige Paarung im G.

12. Ist es wahr, dass für alle einfache G Graph gibt es eine Färbung mit $\chi(G)$ Farben so dass, mindestens eine Farbenklasse beinhaltet $\alpha(G)$ Knoten?

13. In einem einfachen Graph G mit 10 Knoten die maximale Gradzahl ist 6, die maximale Anzahl von unabhängige Kanten ist 5. Beweisen Sie dass G beinhaltet eine ungerade lange Kreis! (Klausur, 20. Mai 2015)

14. In einem einfachen Graph G mit 50 Knoten die maximale Gradzahl ist 7. Beweisen Sie dass es gibt eine unabhängige Knotenmenge der Größe 7 in G. (Klausur, 3. Juni 2020)